

# 环焦天线口径面相位分析\*

胡伟<sup>1</sup> 王锦清<sup>2,3,4</sup> 柳聪<sup>2</sup> 卜朝晖<sup>1†</sup>

(1 上海理工大学健康科学与工程学院 上海 200093)

(2 中国科学院上海天文台 上海 200030)

(3 中国科学院射电天文重点实验室 南京 210023)

(4 上海市空间导航与定位技术重点实验室 上海 200030)

**摘要** 环焦天线具有特殊的电磁特性和应用领域. 对环焦天线的口径面相位误差进行了理论和仿真分析, 推导了馈源和副面位置偏差引起的相位误差、主副面之间的补偿关系以及全息测量中天线转动引起的光程差. 研究结果将对环焦天线的精确面形测量和补偿提供理论依据和参考.

**关键词** 望远镜, 方法: 分析, 技术: 图像处理

**中图分类号**: P111; **文献标识码**: A

## 1 引言

环焦天线具有较低的旁瓣, 较高的口面效率和较高的增益噪声温度比, 小电压驻波比等特性<sup>[1]</sup>. 由于这些特性, 在测地和深空探测领域, 许多射电望远镜采用的是环焦天线. 图1为环焦天线工作光路图. 环焦天线的主反射面为部分抛物面, 副反射面是由一段椭圆弧围绕天线的主光轴旋转产生的曲面. 主反射面的焦点不是在中心位置, 由于其轨迹构成与副反射面相同直径的圆环, 因此称为环焦天线. 根据天线的收发互易定理, 把天线看成发射天线, 信号从馈源发出, 经过副反射面一次反射, 再经过主反射面二次反射, 从馈源发出的信号最终平行于主光轴射出.

对于一台射电望远镜来说, 天线面形精度与指向误差是其关键指标<sup>[2]</sup>. 微波全息法因其精度高、速度快、自动化程度高, 成为射电望远镜面形精度测量的重要方法. 微波全息法是一种系统性测量方

法, 测量主面面形时, 需要分离副面和馈源微小位移带来的影响. Ruze<sup>[3]</sup>推导了副面和馈源微小位移在卡塞格林天线与格里式天线中的光程差, 这组公式被称为Ruze公式, 它为高精度全息测量提供了理论基础. Butler<sup>[4]</sup>使用光线追踪法对Ruze公式进行了对比验证, 证明了小位移下采用光线追踪法和采用Ruze公式在口径面产生影响的一致性. 董健等<sup>[5]</sup>比较了光线追踪法和Ruze公式应用于上海天马望远镜上的差异, 为赋形卡塞格伦天线面形的实时计算提供了参考. 张旺等<sup>[6]</sup>详细推导了馈源横向偏焦的表达式, 为高频反射面天线面板调整提供了更加精准的参考依据. 当天线主反射面出现大面积形变时, 可以采用调整副面的方法, 改善天线的工作效率. 文献[7]对卡塞格林天线与格里式天线主面与副面的调整关系进行了详细的推导, 为主动副面的应用提供了方案. 随着深空探测和天线阵的发展, 为适应其需求, 出现了多种类型的天线. 不同的

2021-07-05收到原稿, 2021-08-19收到修改稿

\*国家自然科学基金项目(A030802), 国家重点研发计划(2018YFA0404702、2021YFC2203501), 中国科学院关键技术人才项目资助

†buzh@usst.edu.cn

天线, 由于几何结构不同, 进行微波全息高精度面形测量时, 机架运动会引入不同大小的测量误差, 在获得天线结构参数和全息扫描参数后, 可以计算出其引入的理论光程差, 进而获得较为精准的面形数据. 本文将首先推导Ruze公式在环焦天线上的应用, 然后推导环焦天线的主副面调整关系, 最后论述不同的天线类型机架运动对全息扫描的影响.

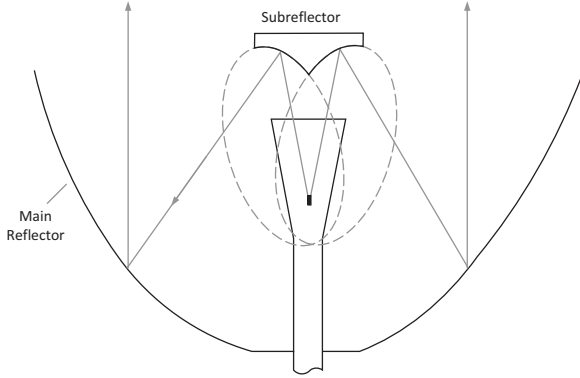


图 1 环焦天线工作光路图

Fig. 1 Working optical path diagram of circular focal antenna

## 2 微小位移对口径面相位的影响

微波全息法在抛物面天线、卡塞格林天线、格里式天线中的测量理论成熟、案例丰富. 主面变形、副面偏移、馈源偏移等都会对微波全息法测量获得的口径面相位产生影响. 当需要测量主面面形时, 求解馈源和副面偏移对口径面相位的影响尤为重要. 在环焦天线中, 理想情况下, 当馈源处发出球面波, 经过副反射面、主反射面, 信号到达口径面时相位均相等. 但由于馈源或副面安装位置可能存在偏差, 或因天线运行在不同俯仰角时, 重力变形导致馈源和副面发生微小位移, 从而由馈源发出的信号到达口径面时, 相位发生变化. 微小位移包括馈源的横向偏移和轴向偏移, 副面的横向偏移和轴向偏移.

图2为环焦天线几何参数定义. 其中,  $D$  为主面直径;  $D_s$  为副面直径;  $O$  为馈源喇叭的相位中心, 是椭圆的一个焦点;  $O'$  是抛物线的焦点, 同时是椭圆

的另一个焦点;  $TM$  为副面母线;  $BP$  为主面母线.  $\theta_v$  是  $BP$  上任一点与  $O'$  的连线与  $BO'$  的夹角;  $\theta_{vm}$  是  $PO'$  与  $BO'$  的夹角, 是  $\theta_v$  的最大值;  $\theta$  是副面母线上任一点与  $O$  点的连线和  $OT$  所成的夹角;  $\theta'_m$  是  $OM$  与  $OT$  的夹角, 是  $\theta$  的最大值;  $\theta_m$  是  $OO'$  与  $OT$  的夹角.

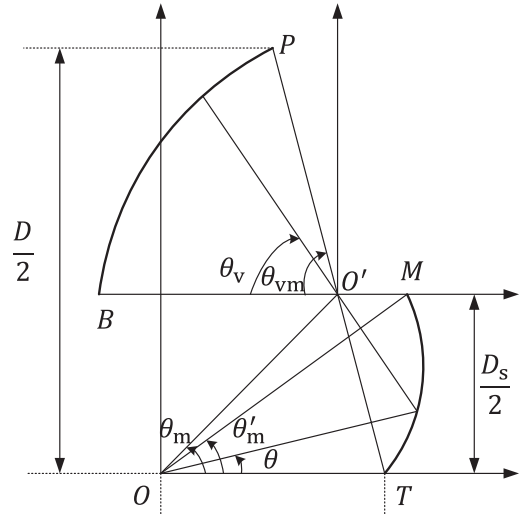


图 2 环焦天线几何参数定义

Fig. 2 Geometrical parameter definition of circular focal antenna

以馈源的轴向偏移为例, 图3为环焦天线馈源轴向偏移及口径面坐标定义图. 其中,  $r$  为口径面上的一点到口径面中心的距离;  $x$ 、 $y$  分别为口径面上该点的坐标系两分量;  $\phi$  为  $r$  与  $x$  轴正方向的夹角;  $e$  为副面椭圆母线的离心率; 椭圆的长轴大小为  $2a$ ; 椭圆的焦距为  $2c$ ;  $F$  为抛物面的焦距;  $\Delta z_f$  为馈源轴向微小位移;  $\Delta l$  为微小位移引起的光程差.

在推导光程差的过程中, 遵循以下几条假设:

- (1) 环焦天线主要部件(馈源、副面)发生微小位移, 其在口径面对应点不发生移动;
- (2) 当某一部件发生微小位移, 射入和射出该部件某点的光线, 随着该部件进行移动, 其他光线保持原样;
- (3) 光程差=微小位移时的光程-理想情况的光程, 光程差为正时, 则以中心点归零后的相位差为正;

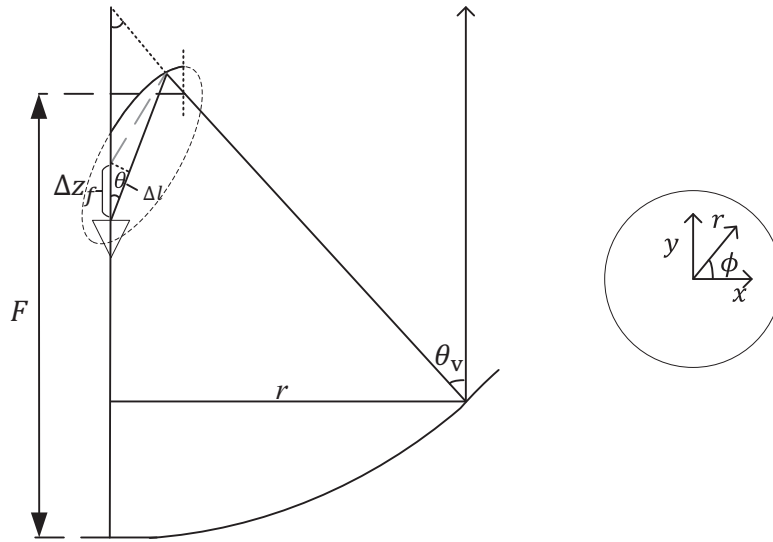


图3 馈源轴向偏移及口径面坐标定义

Fig.3 Axial displacement of the feed and aperture coordinate system definition

(4)发生微小位移后,  $\theta$ 、 $\theta_v$ 大小不变, 即发生的微小位移非常小.

具体过程如下: 首先在口径面上, 由几何关系可知

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (1)$$

$$\phi = \arctan \frac{y}{x}. \quad (2)$$

其次, 在副面椭圆母线满足

$$e = \frac{c}{a} < 1, \quad (3)$$

$$\sin \theta_v = \frac{\frac{r - \frac{D_s}{2}}{F}}{1 + \left(\frac{r - \frac{D_s}{2}}{2F}\right)^2}. \quad (4)$$

在主面抛物线母线上则有

$$\sin \theta = \sin \left\{ \theta_m - \arccos \left[ \frac{(e^2 + 1) \cos(\theta_m + \theta_v) + 2e}{e^2 + 1 + 2e \cos(\theta_m + \theta_v)} \right] \right\}. \quad (5)$$

最后, 根据图3中所示的几何关系可得

$$\Delta l = -\Delta z_f \cos \theta. \quad (6)$$

其他几种偏移情况可以由图3的类似的方法获得, 结果如表1所示.

表1中,  $\Delta x_f$ 、 $\Delta y_f$ 分别为馈源 $x$ 和 $y$ 方向的横向微小位移,  $\Delta z_s$ 为副面轴向微小位移,  $\Delta x_s$ 、 $\Delta y_s$ 分别为副面 $x$ 和 $y$ 方向的横向微小位移.

相位与光程差之间存在如下关系

$$\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l, \quad (7)$$

其中,  $\lambda$ 为观测信号的波长,  $\Delta \Phi$ 为口径面相位差. 由上式可知, 当光程差和信号波长都已知的情况下, 可以计算出口径面的相位差. 为方便起见, 本文均使用光程差来描述. 结合上海天文台佘山13 m天线来展示微小位移在口径面上的表现, 其几何参数如表2所示. 其中,  $\tau$ 为焦径比, 定义为 $\tau = F/(D - D_s)$ . 椭圆母线的长轴与焦距由以下公式计算<sup>[8]</sup>

$$\theta_m = \arcsin \left\{ \frac{2 \tan \frac{\theta'_m}{2} \sin \frac{\theta_{vm}}{2}}{\left[ \left( \sin \frac{\theta_{vm}}{2} - \tan \frac{\theta'_m}{2} \cos \theta_{vm} \right)^2 + 4 \left( \tan \frac{\theta'_m}{2} \sin \frac{\theta_{vm}}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\}, \quad (8)$$

$$2a = \frac{D_s}{2} \left( \tan \theta_m + \tan \frac{\theta_{vm}}{2} \right), \quad (9)$$

$$2c = \frac{D_s}{2 \sin \theta_m}. \quad (10)$$

根据表2提供的数据, 利用(8)–(10)式计算参数  $\theta_m$ 、 $a$ 、 $c$  并将结果代入表1中  $\Delta l$  的表达式, 可得表2中13 m环焦天线口径面的光程差仿真结果, 如图4

所示.

从图4仿真结果来看, 馈源和副面的轴向位移表现为散焦, 横向位移对该横向位移方向上的口径面相位影响较大. 相同的微小位移, 副面的横向偏移比馈源的横向偏移对口径面的光程影响更大.

表 1 环焦光学中微小位移变化引起的光程差  
Table 1 The optical path difference caused by small displacement in circular focal optics

Displacement type	$\Delta l$	Optical path difference relative to center
$\Delta z_f$	$-\Delta z_f \cos \theta$	$-\Delta z_f \cos \theta + \Delta z_f \cos \theta'_m$
$\Delta x_f, \Delta y_f$	$-(\Delta x_f \cos \phi + \Delta y_f \sin \phi) \sin \theta$	$-(\Delta x_f \cos \phi + \Delta y_f \sin \phi) \sin \theta + (\Delta x_f \cos \phi + \Delta y_f \sin \phi) \sin \theta'_m$
$\Delta z_s$	$\Delta z_s (\cos \theta + \cos \theta_v)$	$\Delta z_s (\cos \theta + \cos \theta_v) - \Delta z_s (\cos \theta'_m + 1)$
$\Delta x_s, \Delta y_s$	$(\Delta x_s \cos \phi + \Delta y_s \sin \phi) (\sin \theta - \sin \theta_v)$	$(\Delta x_s \cos \phi + \Delta y_s \sin \phi) (\sin \theta - \sin \theta_v) - (\Delta x_s \cos \phi + \Delta y_s \sin \phi) \sin \theta'_m$

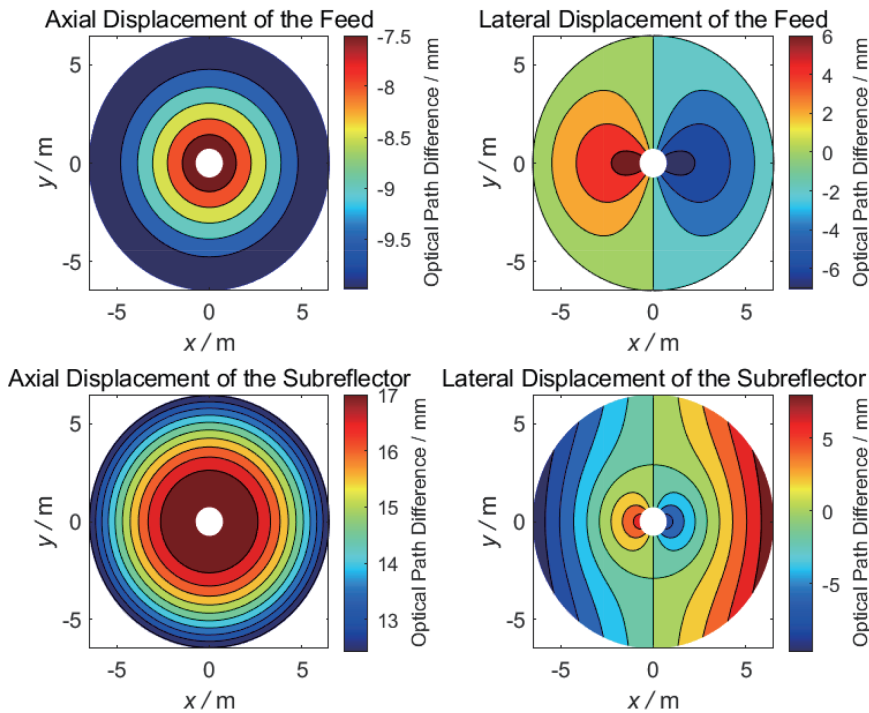


图 4 发生微小位移时口径面上的光程差.  $\Delta z_f = 10$  mm (左上)、 $\Delta x_f = 10$  mm (右上)、 $\Delta z_s = 10$  mm (左下)、 $\Delta x_s = 10$  mm (右下).

Fig. 4 The optical path difference on the aperture surface of the displacement.  $\Delta z_f = 10$  mm (up left),  $\Delta x_f = 10$  mm (up right),  $\Delta z_s = 10$  mm (down left),  $\Delta x_s = 10$  mm (down right).

表 2 佘山(SH) 13 m 天线几何参数  
Table 2 SH 13 m antenna geometry parameters

Parameter	Value
$D$	13 m
$D_s$	1.48 m
$\tau$	0.28
$\theta'_m$	$45^\circ$
$\theta_{vm}$	$75.997^\circ$

### 3 主面形变与副面调整的关系

当天线的副面是主动面时, 主面发生大范围形变可以采用副面调整的方法, 改善天线的工作性能<sup>[7]</sup>. 本文将采用光线追踪法, 以总光程不变为约束条件, 把从馈源发出到口径面的光分成3段考

虑, 图5为环焦天线主面形变副面补偿原理图. 其中,  $\delta$ 为主面入射点法线方向的变形量,  $\varepsilon$ 为副面入射点法线方向的调整量. 第1段为从馈源出发到副反射面, 产生的光程差为 $dl_1$ . 第2段为副反射面到主反射面, 产生的光程差为 $dl'_2$ 和 $dl''_2$ . 第3段为主反射面到口径面, 产生的光程差为 $dl_3$ .  $\psi$ 为副面反射角,  $\varphi$ 为主面反射角,  $h$ 为理想情况与主面形变副面补偿时从副面射入主面两平行光线的距离. 理想情况光线从副面射入主面的点 $H$ 与补偿后的光线相交于点 $I$ , 从 $H$ 点作补偿后从主面射入口径面的光线的垂线, 垂点为 $G$ , 形成了直角 $\triangle HGI$ ,  $b$ 和 $g$ 分别为它的斜边和其中一条直角边. 计算每一段光程与理想光程的差异, 最后把这3段光程差累积, 并注意光程的增减. 最后给出 $\delta$ 和 $\varepsilon$ 之间的对应关系, 在计算过程中约束条件为调整面形后, 反射光线平行于原始光线.

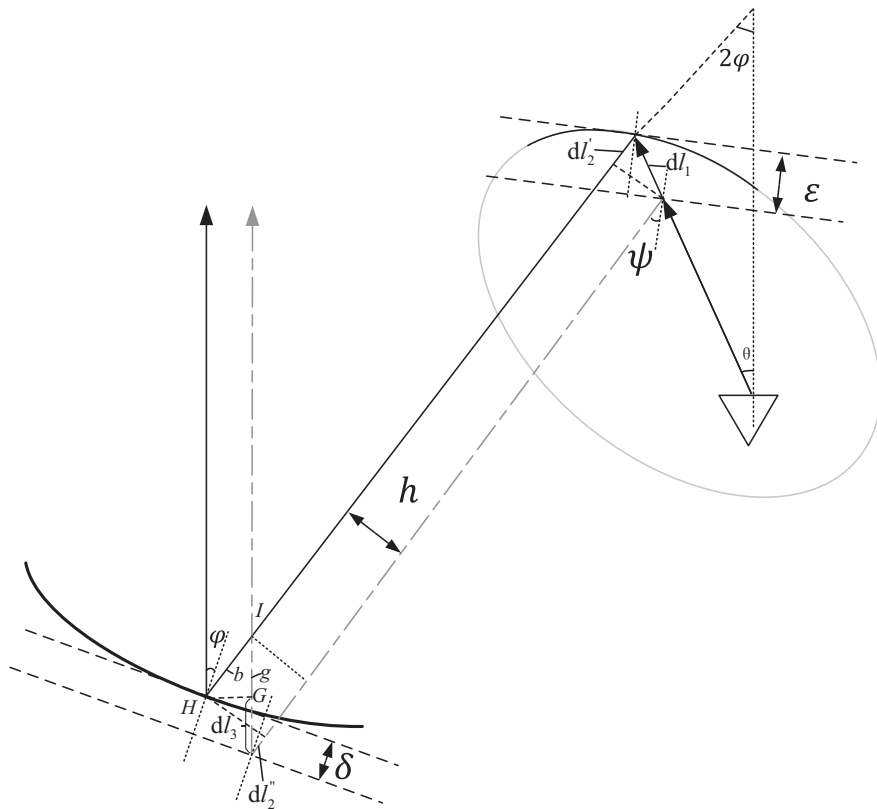


图 5 环焦天线主面形变副面补偿原理图

Fig. 5 Schematic diagram of main reflector deformation and subreflector compensating in circular focal antenna

光程差推导过程如下: 由三角形外角性质, 有

$$\psi = \frac{2\varphi + \theta}{2}, \quad (11)$$

在直角三角形中, 根据邻边与斜边的关系有

$$dl_1 = \frac{\varepsilon}{\cos \psi} = \frac{\varepsilon}{\cos \left(\frac{2\varphi + \theta}{2}\right)}. \quad (12)$$

第2段光程满足

$$dl'_2 = dl_1 \cos(2\psi), \quad (13)$$

$$dl''_2 = \frac{\delta}{\cos \varphi} - h \tan \varphi. \quad (14)$$

在直角三角形中, 根据对边与斜边的关系有

$$dl_3 = \frac{h}{\sin(2\varphi)} - g. \quad (15)$$

其中

$$g = b \cos(2\varphi). \quad (16)$$

而此处

$$b = \frac{h}{\sin(2\varphi)} - \frac{\delta}{\cos \varphi}, \quad (17)$$

因此

$$dl_3 = 2\varepsilon \sin \left(\frac{2\varphi + \theta}{2}\right) \tan \varphi + \frac{\cos(2\varphi)}{\cos \varphi} \delta. \quad (18)$$

将 $dl_1$ 、 $dl'_2$ 、 $dl''_2$ 、 $dl_3$ 结果整理后如表3所示.

表 3 各段的光程  
Table 3 The optical path of each segment

Segment	Optical path
$dl_1$	$\frac{\varepsilon}{\cos \left(\frac{2\varphi + \theta}{2}\right)}$
$dl'_2$	$\frac{\varepsilon \cos(2\varphi + \theta)}{\cos \left(\frac{2\varphi + \theta}{2}\right)}$
$dl''_2$	$\frac{\delta}{\cos \varphi} - 2\varepsilon \sin \left(\frac{2\varphi + \theta}{2}\right) \tan \varphi$
$dl_3$	$2\varepsilon \sin \left(\frac{2\varphi + \theta}{2}\right) \tan \varphi + \frac{\cos(2\varphi)}{\cos \varphi} \delta$

由总光程不变可得

$$dl_1 + dl'_2 = dl''_2 + dl_3. \quad (19)$$

将表3中的结果代入上式, 则 $\delta$ 和 $\varepsilon$ 之间的关系满足

$$\varepsilon = \frac{\cos \varphi}{\cos \left(\frac{2\varphi + \theta}{2}\right)} \delta. \quad (20)$$

有了主副面的调整关系, 可以建立不同仰角下主副面的调整模型, 对面形进行实时调整, 改善低仰角时重力变形带来的影响.

## 4 全息扫描带来的相位影响

天线旋转中心和口径面中心不重合时, 全息扫描会引起系统性的相位差. 以口径面中心进行分析, 由于天线进行全息扫描时, 信号到达口径面中心的距离将发生变化, 导致引入了额外的光程. 图6中是常见的全息扫描中的天线形式. 图6中左上为俯仰旋转轴位于抛物面的顶点的情况, 右上为参考小天线位于副面上的情况, 左下为俯仰旋转轴位于抛物面非顶点的情况, 右下为方位旋转轴未经过抛物面顶点的情况.

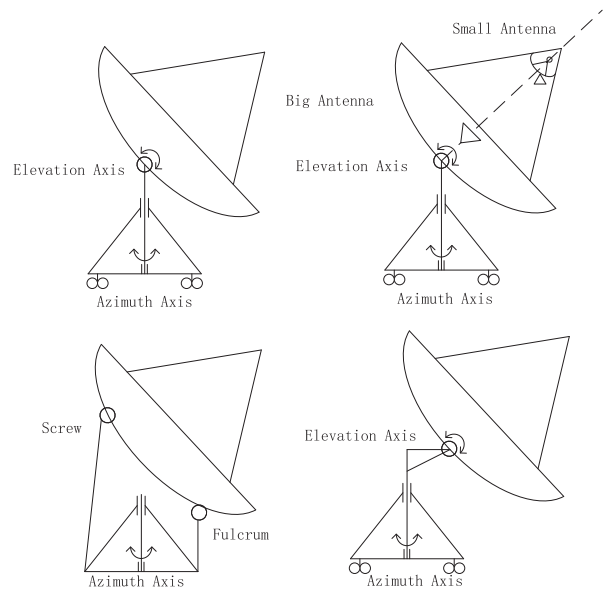


图 6 全息扫描中的天线形式. 单天线(左上)、双天线(右上)、俯仰偏轴天线(左下)、方位偏轴天线(右下).

Fig. 6 Antenna types in holographic scanning. Single antenna (left up), double antenna (right up), elevation offset antenna (left down), azimuth offset (right down).

对于图6中普通单天线的形式, 在全息扫描中,

口径面中心的运动情况如图7所示. 图中左半部分为方位扫描, 右半部分为俯仰扫描.

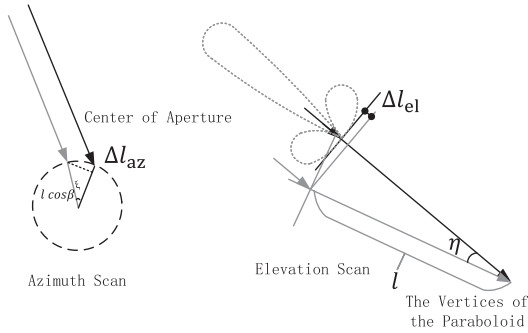


图 7 单天线机架运动引起的光程差

Fig. 7 Optical path difference caused by single antenna rack movement

图中  $l$  为抛物面顶点到口径面的距离,  $\beta$  为俯仰角, 假设方位不是进行小角度扫描, 而是进行  $360^\circ$  圆周扫描时, 其口径面中心点在空间中扫过的轨迹为在水平面的一个圆. 则方位小角度扫描  $\xi$  引起的光程差为

$$\Delta l_{\text{az}} = l \cos \beta (1 - \cos \xi). \quad (21)$$

在俯仰小角度扫描  $\eta$  引起的光程差为

$$\Delta l_{\text{el}} = l(1 - \cos \eta). \quad (22)$$

方位俯仰同时扫描时引起的光程差为

$$\Delta l = l \cos \beta (1 - \cos \xi) + l(1 - \cos \eta). \quad (23)$$

其他几种天线的推导结果如表4所示.

表 4 4种全息天线类型扫描带来的光程差

Table 4 Optical path difference caused by scanning of four holographic antenna types

Type	$\Delta l_{\text{az}}$	$\Delta l_{\text{el}}$	$\Delta l$
Single antenna	$l \cos \beta (1 - \cos \xi)$	$l(1 - \cos \eta)$	$l \cos \beta (1 - \cos \xi) + l(1 - \cos \eta)$
Double antenna	$l \cos \beta (d - \cos \xi)$	$d(1 - \cos \eta)$	$d \cos \beta (1 - \cos \xi) + d(1 - \cos \eta)$
Elevation offset antenna	$l \cos \beta (1 - \cos \xi)$	$\Delta l_{\text{eloff}}$	$l \cos \beta (1 - \cos \xi) + \Delta l_{\text{eloff}}$
Azimuth offset antenna	$(l \cos \beta + \Delta d_{\text{az}})(1 - \cos \xi)$	$l(1 - \cos \eta)$	$(l \cos \beta + \Delta d_{\text{az}})(1 - \cos \xi) + l(1 - \cos \eta)$

表4中,  $d$  为双天线类型中小天线口径面相位中心到大天线口径面相位中心的距离,  $\Delta d_{\text{el}}$  为俯仰偏轴类型天线俯仰偏轴距离,  $\Delta d_{\text{az}}$  为方位偏轴类型天线方位偏轴距离.  $\Delta l_{\text{eloff}}$  为俯仰偏轴类型天线俯仰扫描时引起的光程差, 其值为

$$\Delta l_{\text{eloff}} = -2 \sqrt{\left[ \frac{D^2}{16F} - \frac{(\Delta d_{\text{el}})^2}{4F} \right]^2 + (\Delta d_{\text{el}})^2 \sin^2 \frac{\eta}{2} \cos \left[ \frac{\pi}{2} + \frac{\eta}{2} - \arctan \frac{\Delta d_{\text{el}}}{\frac{D^2}{16F} - \frac{(\Delta d_{\text{el}})^2}{4F}} \right]}. \quad (24)$$

对具有相同口径面大小和焦距的天线4种全息扫描进行仿真, 天线的几何结构参数与全息扫

描的仿真参数如表5所示. 其中,  $\xi_{\text{max}}$ 、 $\eta_{\text{max}}$  分别为  $\xi$  和  $\eta$  的最大取值. 其仿真结果如图8所示.

表 5 天线几何结构参数与全息扫描参数  
Table 5 Antenna geometry parameters and holographic scanning parameters

Parameter	Value
$D$	13 m
$F$	3.64 m
$l$	1 m
$\xi_{\text{max}}, \eta_{\text{max}}$	$\pm 1.5^\circ$
$d$	4 m
$\Delta d_{\text{el}}$	1 m
$\Delta d_{\text{az}}$	1 m
$\beta$	$30^\circ$



从仿真结果可以看出,除俯仰偏轴天线外,其他几种情况的天线在全息测量过程中表现为轻微散焦状态,且俯仰偏轴天线全息过程带来的光程变化最为明显,在处理此类天线的全息结果时,需要考虑偏轴机架运动对全息测量的影响.同时从公式

可以看出,双天线进行全息扫描时,口径面的光程与大小天线之间的距离有关.这4种全息扫描都与俯仰角的余弦值有关,俯仰角越低,对全息的影响也越大.

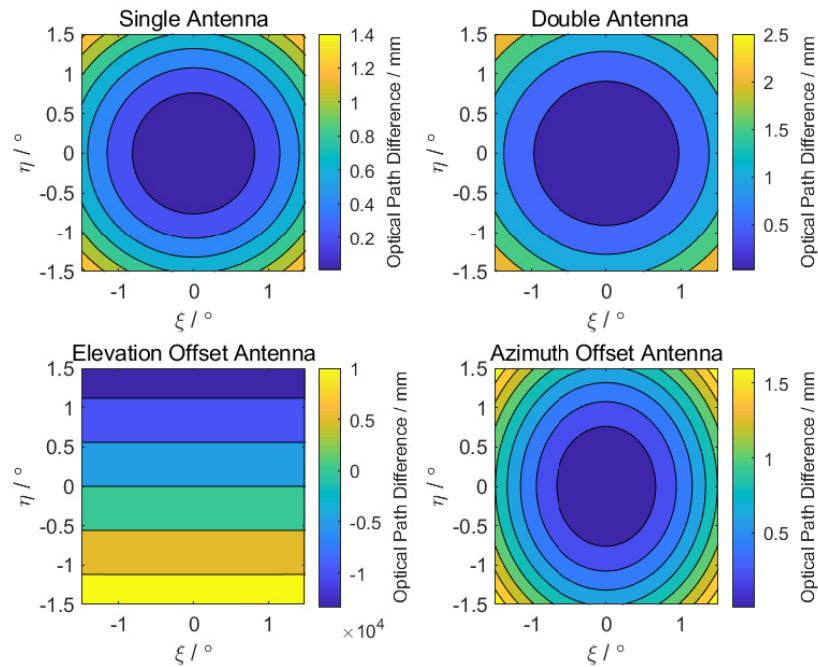


图 8 4种天线全息扫描带来的光程差影响

Fig. 8 The influence of four kinds of antenna holography on optical path difference

## 5 结论

本文推导了Ruze公式在环焦天线中的表达式,通过仿真可视化了各种微小位移在环焦天线口径面的表现情况,为环焦天线全息测量分离馈源和副面微小位移提供了理论依据.此外,本文还推导了环焦天线主副面的补偿关系,为将来升级环焦天线或建设主动副面环焦天线提供调整依据.最后,分析了不同的天线由于机架运动对全息测量的影响,为面形的精准测量提供了依据.

## 参考文献

- [1] 蒋志遥. 数字通信世界, 2016, 1: 13
- [2] Ruze J. Proc IEEE, 1966, 54: 633
- [3] Ruze J. Lincoln Laboratory Memorandum, 1969: 2
- [4] Butler J. ALMA Memos, 2003
- [5] 董健, 付丽, 蒋雨斌, 等. 天文学报, 2016, 57: 219
- [6] 张旺, 王黎莉, 闫丰. 无线电工程, 2011, 41: 35
- [7] Wang J Q, Zhao R B, Jiang Y C, et al. RAA, 2020, 20: 9
- [8] 杨可忠, 杨智友, 章日荣. 现代面天线新技术. 北京: 人民邮电出版社, 1993: 45



## Phase Analysis of Aperture Surface on Circular Focal Antenna

HU Wei<sup>1</sup> WANG Jin-qing<sup>2,3,4</sup> LIU Cong<sup>2</sup> BU Zhao-hui<sup>1</sup>

*(1 School of Health Science and Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093)*

*(2 Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030)*

*(3 Key Laboratory of Radio Astronomy, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210023)*

*(4 Shanghai Key Laboratory of Space Navigation and Position Techniques, Shanghai 200030)*

**ABSTRACT** The annular focal antenna has special electromagnetic characteristics and application fields. The phase error of annular focal antenna is analyzed theoretically and simulatedly. The phase error caused by the position deviation of the feed and the subreflector, the compensation relationship between the main reflector, and subreflector and the optical path difference caused by the operation of the antenna in holographic measurement are derived. The results will provide theoretical basis and reference for accurate surface measurement and compensation of the annular focal antenna.

**Key words** telescopes, methods: analytical, techniques: image processing